

1. ARITMÉTICA

OPERACIONES CON FRACCIONES

1. Realiza las siguientes operaciones teniendo en cuenta el orden de prioridades: -

a) $8 - 5 \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3}\right)$ b) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cdot \left(3 - \frac{2}{3}\right)$ c) $7 - \frac{3}{4} : \frac{5}{2} - 3\left(5 - \frac{1}{2}\right)$

2. Opera y simplifica:

a) $\frac{2 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}}{3 \cdot 5 + \frac{5}{3}}$ b) $5 - 2 \cdot \frac{\frac{1}{3} - 1}{2 + \frac{1}{3} \cdot 2}$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

3. Simplifica teniendo en cuenta las propiedades de las potencias:

a) $(2^2)^3 \cdot 2^5$ b) $(3^{-2})^4 : 3^{-3}$ c) $10^3 \cdot 2^2 \cdot 5^{-2}$

4. Simplifica reuniendo todas las potencias de la misma base:

a) $\frac{3^3 \cdot 5^2 \cdot 3^{-4}}{5^4 \cdot 3^2 \cdot 3^{-5}}$ b) $\frac{5^3 \cdot 15^{-2} \cdot 21^2}{3^{-1} \cdot 7^3 \cdot 35^{-3}}$

RADICALES

5. Introduce factores bajo el signo radical:

a) $3\sqrt{5}$ b) $2 \cdot \sqrt{\frac{5}{2}}$ c) $2xy \cdot \sqrt[3]{x/y^2}$

6. Extrae factores del radical:

a) $\sqrt{16k^4h^5}$ b) $\sqrt[3]{81a^3b^5}$

LOGARITMOS

7. Emplea la definición de logaritmo para hallar el valor de x en cada caso:

a) $\log_{10}(1000) = x$ b) $\log_2(32) = x$ c) $\log_2(1/8) = x$
d) $\log_3(x) = 5$ e) $\log_x(16) = 4$

2. ECUACIONES

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES

1. Resuelve las ecuaciones lineales:

a) $1 - \frac{x-2}{3} = \frac{2x+1}{2} - \frac{5x-2}{6}$ b) $(2x - \frac{1}{3})(2x + \frac{1}{3}) = (2x + 1)^2 + \frac{4}{9}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

2. Resuelve sin fórmula: a) $3x^2 + 5x = 0$ b) $25x^2 - 16 = 0$
3. Utiliza la fórmula: a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ c) $x^2 + x + 1 = 0$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE ORDEN SUPERIOR

4. Resuelve: a) $6x^4 + 5x^3 - 15x^2 + 4 = 0$ b) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = 0$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES BICUADRADAS

5. Resuelve: a) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ b) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES RACIONALES

6. Resuelve: a) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+1} = \frac{x}{2} + 1$ b) $\frac{x}{x-2} + \frac{2x}{x+2} = \frac{3}{x^2-4}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CON RADICALES

7. a) $\sqrt{x} + 2 = x$ b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2$ c) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 3$

3. SISTEMAS DE ECUACIONES

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1. Resuelve los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = -1 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -4x + 6y = 11 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 6x + 8y = 2 \end{cases}$$

INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE SISTEMAS

2. Interpreta gráficamente los sistemas del ejercicio 1.

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

3. Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que sea compatible determinado, otro que sea compatible indeterminado y otro que sea incompatible.

SOLUCIÓN PARAMÉTRICA

4. Obtén las soluciones paramétricas de los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y - 2z = 4 \\ 2x + 3y + z = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 4y - 2z = 5 \end{cases}$$

SISTEMAS NO LINEALES

5. Resuelve los siguientes sistemas no lineales:

$$\text{a) } \begin{cases} x \cdot y = 8 \\ x + 3y = 25 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$
$$\text{c) } \begin{cases} \sqrt{x+y} + 2 = x + 1 \\ 2x - y = 5 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

4. PROBLEMAS DE PLANTEAR CON ECUACIONES Y SISTEMAS

1. Un tren está compuesto de 20 vagones iguales y una locomotora cuya longitud es los $\frac{13}{15}$ de la longitud de un vagón. Si la longitud total del tren es 313 m, calcula la longitud de cada vagón.
2. De un depósito de agua se extrae los $\frac{3}{5}$ de su contenido. Después se extrae la mitad de lo que queda. Más adelante se extrae la cuarta parte de lo que queda, con lo que restan 75 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?
3. En un test que consta de 50 preguntas, cada respuesta correcta vale 5 puntos y cada respuesta incorrecta resta 2 puntos. Una persona obtuvo 124 puntos en el test. ¿Cuántas preguntas respondió correctamente?
4. Tengo un capital depositado en dos bancos, la mitad en cada uno. En el primero me produce un 8% de intereses y en el segundo un 9%. Al cabo de un año el segundo banco me da 2000 € más que el primero. ¿Cuál es mi capital?
5. Las edades de dos niños suman 14 años y dentro de dos años uno de ellos tendrá el doble de edad que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno?
6. Se han vendido 84 artículos a dos precios distintos: 36 € y 45 €. En total se han obtenido por la venta 3105 €. ¿Cuántos artículos de cada clase se han vendido?
7. En una reunión de 156 personas hay el doble número de españoles que de franceses y el triple número de italianos que de españoles y franceses juntos. ¿Cuántas personas hay de cada nacionalidad?
8. Los animales de una granja deben ingerir una dieta diaria con 10 g de proteínas y 3 g de grasa. Para ello, se les suministra dos alimentos: A y B. El A tiene un 5% de proteínas y un 3% de grasa, y el B tiene un 10% de proteínas y un 1% de grasa. ¿Cuántos gramos de cada alimento hay que suministrar diariamente a cada animal para cumplir correctamente con la dieta?
9. La diagonal de un rectángulo mide 13 cm y su área es de 60 cm^2 . Calcula las dimensiones del rectángulo.
10. La altura sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 12 cm y el área del triángulo es de 150 cm^2 . ¿Cuánto miden los catetos?

5. FUNCIONES ELEMENTALES

RECTAS

1. Las siguientes expresiones corresponden a rectas. Indica qué clase de función son y represéntalas gráficamente:

a) $y=x+2$ b) $y=2x-1$ c) $y=-2x+1$ d) $x=2$ e) $y=-1$

PARÁBOLAS

2. Las siguientes expresiones corresponden a parábolas. Indica qué clase de función son y represéntalas gráficamente:

a) $y=x^2+1$ b) $y=(x-1)^2$ c) $y=-(x+1)^2$ d) $y=x(x-2)$ e) $y=(x-2)(x+3)$

CÚBICAS

3. Las siguientes expresiones corresponden a cúbicas. Indica qué clase de función son y represéntalas gráficamente:

a) $y=x^3-2$ b) $y=(x-2)^3$ c) $y=2x^3$ d) $y=x(x-2)(x+3)$

HIPÉRBOLAS

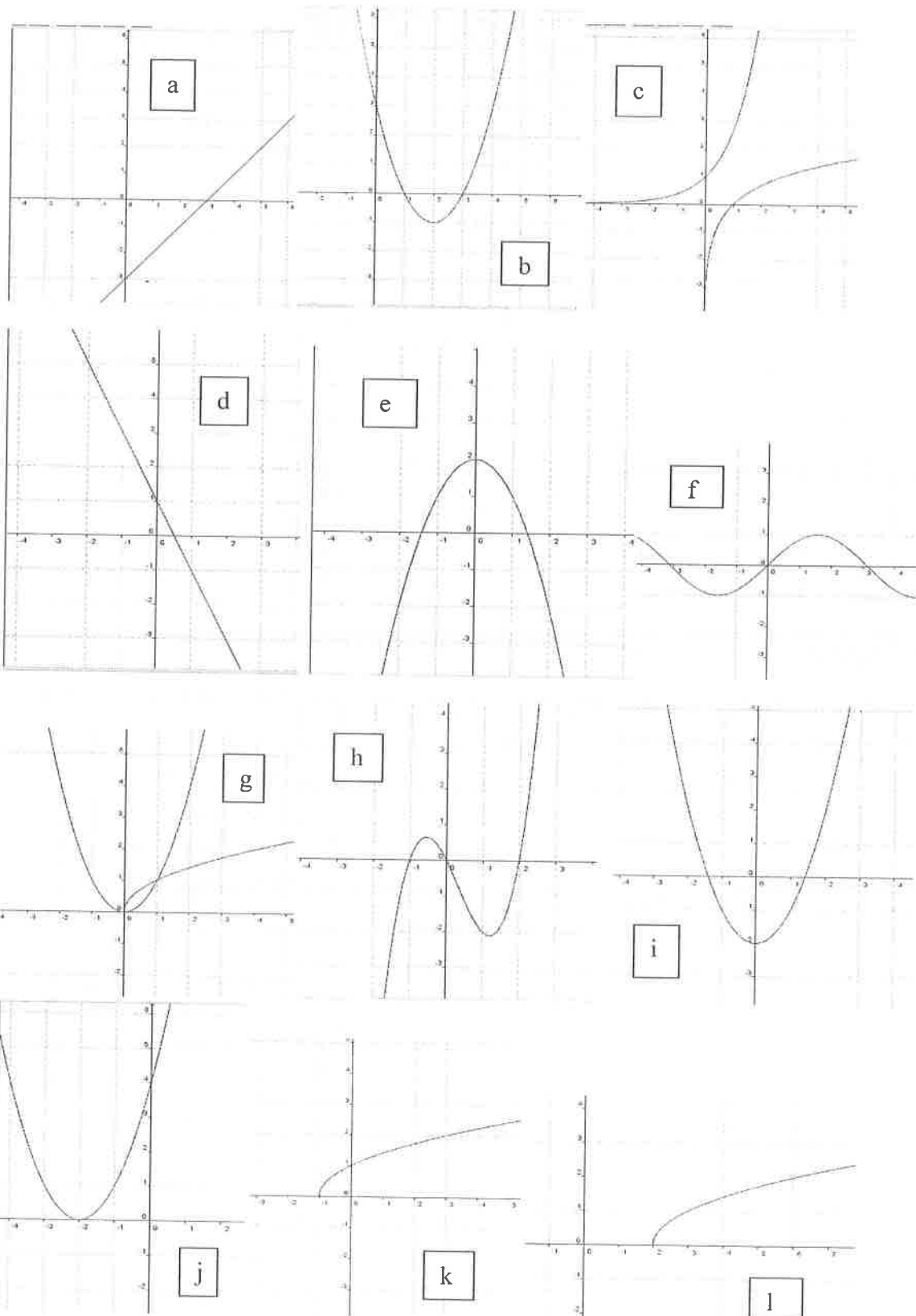
4. Las siguientes expresiones corresponden a hipérbolas. Indica qué clase de función son y represéntalas gráficamente:

a) $y = \frac{1}{x}$ b) $y = \frac{1}{x-1}$ c) $y = \frac{1}{x+1}$ d) $y = \frac{5}{x}$

OBSERVAR UNA GRÁFICA

5. Observa las gráficas que hay a la vuelta de la página y:

- Escribe la expresión analítica de las funciones representadas
- Comenta las propiedades que se deducen de cada gráfica



6. LÍMITES Y CONTINUIDAD

CÁLCULO DE LÍMITES

1. Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+2x}{6x^2-x}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3-2x}{2x-1}$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+x}{x^3+2x+2}$
2. Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x+3}{6x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2}{x^2-4}$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$
3. Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2+2}{x+1} - \frac{x^2+3}{x} \right)$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-x}{x-1} - \frac{x}{x-1} \right)$

ESTUDIO DE LA CONTINUIDAD

4. Estudia gráfica y analíticamente la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + 1, & \text{si } x > 2 \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} -x + 2, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

DETERMINACIÓN DE ASÍNTOTAS

5. Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto de cada

una de ellas: a) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ b) $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ c) $y = \frac{x^3+1}{x^2}$

INTERPRETAR UNA GRÁFICA

6. Describe el comportamiento de las funciones cuyas gráficas son:

7. LAS DERIVADAS Y SUS APLICACIONES

CÁLCULO DE DERIVADAS

1. Obtén la derivada de las funciones: a) $y = x^4 - 5x^2 + 3x - 1$ b) $y = (x^3 - x)e^x$ c) $y = \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 1}$
d) $y = \frac{\ln(x)}{\operatorname{sen}(x)}$ e) $y = 3^x \operatorname{tg}(x)$ f) $y = \sqrt{x}$
2. Obtén la derivada de las funciones: a) $y = (x^3 - 2x)^4$ b) $y = \sqrt{x^2 + 5x}$ c) $y = e^{x^3 + x}$
d) $y = \frac{\ln(x^2)}{x}$ e) $y = \operatorname{sen}(x^3 - x^2)$ f) $y = \sqrt{\cos(x^3)}$

ESTUDIO DE LA DERIVABILIDAD

3. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \leq 1 \\ x^2, & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Dibuja su gráfica y estudia su derivabilidad.

RECTA TANGENTE

4. Halla la recta tangente a la curva $y = x^3 - 3x$ en el punto de abscisa $x = 1$.
5. Halla la recta tangente a la curva $y = x^2 - 6x + 5$ que sea paralela a la recta $y = 2x + 5$.
6. Determina las rectas tangentes horizontales de la curva $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 1$.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES

7. Considera las siguientes funciones polinómicas: a) $y = -x^2 + 2x + 3$ b) $y = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
c) $y = x^3 + 3x$. Representálas gráficamente siguiendo estos pasos: 1º) Determina sus puntos de corte con los ejes. 2º) Traza aproximadamente su gráfica. 3º) Mejora este esquema obteniendo los extremos relativos.

8. ESTADÍSTICA

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

1. Considera la distribución de frecuencias:

x	10	12	14	16	18	20	22
F	4	12	18	23	21	15	2

- a) Obtén la mediana aritmética y gráficamente. b) Obtén los cuartiles. c) Calcula el percentil 65. d) Calcula la media. e) Calcula la desviación típica. f) ¿Qué porcentaje de datos hay en el intervalo $[\mu-\sigma; \mu+\sigma]$?

DISTRIBUCIONES BIDIMENSIONALES

2. Considera la siguiente distribución bidimensional:

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	0'8	3'1	4'7	7'2	8'8	11'1	12'7

- a) Representála mediante una nube de puntos. ¿Crees que puede ajustarse bien mediante una recta?
- b) Calcula el coeficiente de correlación ¿Procede considerar la recta de regresión?
- c) Obtén la recta de regresión de Y sobre X y representála.
- d) ¿Qué valor se puede prever para Y cuando $X=4'6$?

PROBABILIDAD

3. En una urna hay 5 bolas verdes y 4 bolas rojas. Se extrae al azar una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que sea verde?
4. Se lanzan dos dados para observar "la suma de puntos obtenidos". a) Escribe el espacio muestral. Además, calcula la probabilidad de obtener una suma: b) Igual a 8. c) Mayor que 8. d) Como máximo 5. e) Impar.
5. Se lanza una moneda tres veces. a) Escribe el espacio muestral. Además, calcula la probabilidad de obtener: b) dos caras. c) menos de dos caras. d) como máximo dos caras.

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

6. Lanzamos doce veces una moneda con $p(\text{cara}) = 0'55$. Calcula la probabilidad de obtener: a) Exactamente cinco caras. b) Menos de cinco caras. c) ninguna cara. d) Alguna cara.

7. En una familia hay seis hijos. Suponiendo que $p(\text{varón}) = 0,52$, calcula la probabilidad de que: a) Tres sean varones. b) No más de tres sean varones. c) Más de tres sean varones. d) Alguno sea varón.
8. Si el 2,5% de las piezas producidas por una máquina son defectuosas, calcula la probabilidad de que al elegir al azar cinco piezas: a) Una. b) Ninguna. c) Alguna. d) A lo sumo dos, sean defectuosas.

DISTRIBUCIÓN NORMAL

9. La estatura de los hombres de una localidad se distribuye mediante una $N(174; 9)$. Calcula la probabilidad de que elegida una mujer al azar, su talla esté comprendida entre 166 cm y 179 cm.
10. Los puntos obtenidos por un equipo de baloncesto se distribuyen mediante una $N(77; 12)$. Halla la probabilidad de que en el próximo encuentro obtenga más de 80 puntos.
11. El peso de los mujeres de una localidad se distribuye mediante una $N(64; 12)$. Si en dicha localidad hay 5812 mujeres, ¿cuántas pesan más de 70 Kg?
12. Al 3% de las personas de una población $N(67, 8)$ con más peso, se las somete a una revisión. ¿A partir de qué peso se las citará?